



LUNDS  
UNIVERSITET

Naturvetenskapliga fakulteten

## MATA31, Matematik: Envariabelanalys, 15 högskolepoäng

*Mathematics: Analysis in One Variable, 15 credits*

Grundnivå / First Cycle

---

### Fastställande

Kursplanen är fastställd av Naturvetenskapliga fakultetens utbildningsnämnd 2023-12-11 och senast reviderad 2024-02-14. Den reviderade kursplanen träder i kraft 2024-02-14 och gäller från och med höstterminen 2024.

### Allmänna uppgifter

Kursen är en obligatorisk kurs på grundnivå för en naturvetenskaplig kandidatexamen i matematik samt för en naturvetenskaplig kandidatexamen i fysik. Kursen kan även ges som fristående kurs eller som del av kurspaket.

*Undervisningsspråk:* Svenska och Engelska

Kursen ges växelvis på svenska eller på engelska beroende på kurstillfälle. Kursen ges på svenska inom de svenskspråkiga inriktningarna på det naturvetenskapliga kandidatprogrammet och som fristående kurs. Kursen ges på engelska inom de engelskspråkiga inriktningarna på det naturvetenskapliga kandidatprogrammet.

*Huvudområde Fördjupning*

Matematik G1N, Grundnivå, har endast gymnasiala förkunskapskrav

### Kursens mål

Kursens övergripande mål är att studenterna utvecklar förståelse för centrala begrepp, resultat och metoder inom envariabelanalys och tillämpar dessa metoder för att lösa standardproblem inom differential- och integralkalkyl för funktioner av en variabel. Kursen syftar till att studenterna utvecklar sin förmåga att kommunicera matematik i tal och skrift samt att läsa matematiska texter. Kursen syftar vidare till att förbereda studenterna för fortsatta studier inom matematik och naturvetenskap.

### Kunskap och förståelse

Efter avslutad kurs ska studenterna kunna:

- redogöra för sambanden mellan de viktigaste begreppen och resultaten som ingår i kursen och illustrera dessa med exempel

- förklara hur kursens viktigaste begrepp och resultat är kopplade till lösningsmetoder för problem i envariabelanalys
- förklara hur grundläggande begrepp inom envariabelanalys är relaterade till konvergens och kvantitativa uppskattningar med givna felgränser.

## **Färdighet och förmåga**

Efter avslutad kurs ska studenterna kunna:

- inom ramen för kursens innehåll med säkerhet kunna hantera elementära funktioner av en variabel inklusive gränsvärden, derivator och integraler av sådana funktioner
- demonstrera god räknefärdighet
- använda de metoder som ingår i kursen för att lösa problem i envariabelanalys
- använda de metoder som ingår i kursen för att göra kvantitativa approximationer inom givna felgränser
- presentera lösningar till problem i envariabelanalys i tal och skrift, logiskt sammanhängande och med adekvat terminologi
- härleda grundläggande samband mellan nyckelbegrepp och återge bevis för de viktigaste resultaten som ingår i kursen.

## **Värderingsförmåga och förhållningssätt**

Efter avslutad kurs ska studenterna kunna:

- argumentera för varför bevis är nödvändiga när man utvecklar en matematisk teori
- förklara hur de viktigaste begreppen i kursen är relaterade till kvantitativa approximationer
- argumentera för betydelsen av matematisk analys inom andra vetenskaper
- kritiskt analysera andra studenters lösningar och presentationer samt värdera alternativa lösningar i förhållande till sina egna lösningar.

## **Kursens innehåll**

Kursen behandlar:

- De reella talen: axiomatisk beskrivning och exempel på bevis för grundläggande räkneregler.
- De elementära funktionerna, polynom, rationella funktioner, exponentialfunktionen och den naturliga logaritmen, de trigonometriska funktionerna och de inversa trigonometriska funktionerna; definitioner, grundläggande egenskaper och kvantitativa approximationer med hjälp av representationer i termer av areor och båglängder.
- Talföljder och deras gränsvärden: formell definition av gränsvärden, exempel på bevis för räkneregler, visuell representation av konvergens av rekursiva talföljder, kvantitativa approximationer.

- Serier: tillämpningar av och bevis för konvergenskriterier, absolutkonvergens, numeriska approximationer med hjälp av delsummor och resttermuppskattningar.
- Funktioner och deras gränsvärden: formell definition av gränsvärden, bevis och användning av tillhörande räkneregler, oegentliga gränsvärden, asymptoter.
- Kontinuitet: kontinuitet hos elementära funktioner, satsen om mellanliggande värden och extremvärdessatsen.
- Derivator: definition, bevis och tillämpningar av räkneregler för derivator, deriveringsformler för elementära funktioner, Rolles lemma, medelvärdessatsen, L'Hôpitals regel.
- Tillämpningar av derivatan: optimering och kurvritning, bevisetkniker för likheter och olikheter.
- Obestämda integraler: bevis för och tillämpningar av grundläggande beräkningsregler och integrationsmetoder såsom variabelbyte, partialintegration och användning av partialbråksuppdelning.
- Bestämda integraler: Darboux-integrerbarhet av monotona funktioner samt av funktioner med begränsad derivata med relaterade feluppskattningar, analysens huvudsats, tillämpningar på båglängder, rotationsvolymen och ytor, numeriska approximationer av bestämda integraler.
- Generaliserade integraler: konvergenskriterier för generaliserade integraler av positiva funktioner, absolutkonvergens, jämförelser med serier.
- Differentialekvationer: riktningsfält, lösningsmetoder för separabla eller lineära första ordningens differentialekvationer, lösningsmetod för högre ordningens lineära differentialekvationer med konstanta koefficienter. numeriska approximationer av lösningar av begynnelsevärdesproblem med Eulers metod.
- Taylorutvecklingar: Taylors formel med restterm i Lagranges form, entydighetssatsen för Taylorpolynom, numeriska approximationer av funktionsvärden och bestämda integraler med hjälp av Taylorpolynom.

Dessutom behandlas material om mängder, funktioner och relationer, induktion, binomialsatsen samt om variabler, for-loopar och if-satser i Python i början av kursen.

## Kursens genomförande

Undervisningen utgörs av föreläsningar, seminarier, räkneövningar och mentormöten. En väsentlig del av seminarierna är träning i problemlösning och matematisk kommunikation och förutsätter studenternas aktiva deltagande. Ett flertal obligatoriska datorbaserade tester ges under kursens gång. En obligatorisk uppgift som är avsedd att ge studenterna träning i matematisk kommunikation i skrift samt en obligatorisk problemlösningssuppgift ingår i kursen.

Den första delen av kursen undervisas tillsammans med kurserna *Algebra och vektorgeometri* och *Beräkningsprogrammering med Python*, där material om mängder, induktion, binomialsatsen, funktioner och relationer, samt variabler, loopar och if-satser i Python, behandlas.

## Kursens examination

Examinationen består av följande delar:

- skriftlig inlämningsuppgift i matematisk kommunikation (1 hp)
- muntlig presentation av problemlösningssuppgift (1 hp)

- datorbaserade tester (1 hp)
- skriftlig mitterminstentamen (4,5 hp)
- skriftlig sluttentamen med valfri muntlig tentamen (7,5 hp)

Den skriftliga uppgiften ger studenterna träning i matematisk kommunikation i skrift. Studenterna ska välja ett bevis som behandlas i den första delen av kursen och presentera det skriftligt med hjälp av typsättningsystemet Latex.

Problemlösningsuppgiften syftar till att stärka studenterna förståelse för centrala begrepp och deras kopplingar till numeriska approximationer med felgränser. Lösningarna presenteras vid ett av seminarietillfällena och syftar till att ge studenterna träning i muntlig matematisk kommunikation.

Den valfria muntliga tentamen erbjuds endast till studenter som uppnått minst 70 % av det maximala antalet skrivningspoäng på den slutliga skriftliga tentamen och det krävs för att erhålla betyget Väl godkänd på hela kursen.

För studerande som ej godkänts vid ordinarie skriftliga tentamina erbjuds ytterligare tentamenstillfällen under schemalagd omtentamensperiod.

Om så krävs för att en student med varaktig funktionsnedsättning ska ges ett likvärdigt examinationsalternativ jämfört med en student utan funktionsnedsättning, så kan examinator efter samråd med universitetets avdelning för pedagogiskt stöd fatta beslut om alternativ examinationsform för berörd student.

## Betyg

Betygsskalan omfattar betygsgraderna: Underkänd, Godkänd, Väl godkänd. Betygsskalan för den skriftliga inlämningsuppgiften, den muntliga presentationen, de datorbaserade testerna och för den skriftliga mitterminstentamen är Underkänd, Godkänd.

Den skriftliga sluttentamen, eventuellt tillsammans med den valfria muntliga tentamen, betygsätts enligt skalan Underkänd, Godkänd, Väl godkänd. För att uppnå betyget Väl godkänd krävs att man erhåller minst 70 % av det maximala antalet betygs-poäng på den skriftliga tentamen och genomför den muntliga tentamen med tillfredställande resultat.

För godkänt betyg på hela kursen ska studenten ha godkänt betyg på den skriftliga inlämningsuppgiften, den muntliga presentationen, de datorbaserade proven och på båda skriftliga tentamina.

Slutbetyget avgörs genom betyget på den skriftliga sluttentamen inklusive den valfria muntliga tentamen.

## Förkunskapskrav

Grundläggande behörighet samt Matematik 4 (eller äldre kurs Matematik D)

## Övrigt

Kursen kan inte tillgodoräknas i examen tillsammans med kurserna Matematik 1 alfa (MAT131 eller MATA11), Matematik 1 beta (MAT132 eller MATA12), Analys 1 (MATA14), Envariabelanalys (MATA21), Matematik för naturvetare (MATA01, MATA02) eller Matematik för naturvetare 1 (MATA03).

Kursen ges vid Matematikcentrum, Lunds universitet.